

数字ぐんぐん誌



ガロア

目次

・ カルチャー 教室の問題、解説 1~22

・ 数学誌用の問題

23~27

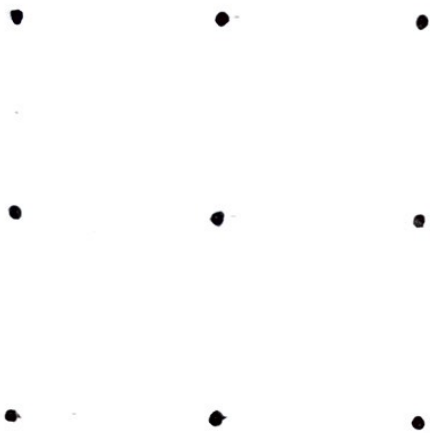
・ ミニストーリー

28~29



<カルチャー教室 一問題一>

- ① 下の9つの点をすべて通る4本の「糸」を書きなさい。
ただし、一筆書きとする。

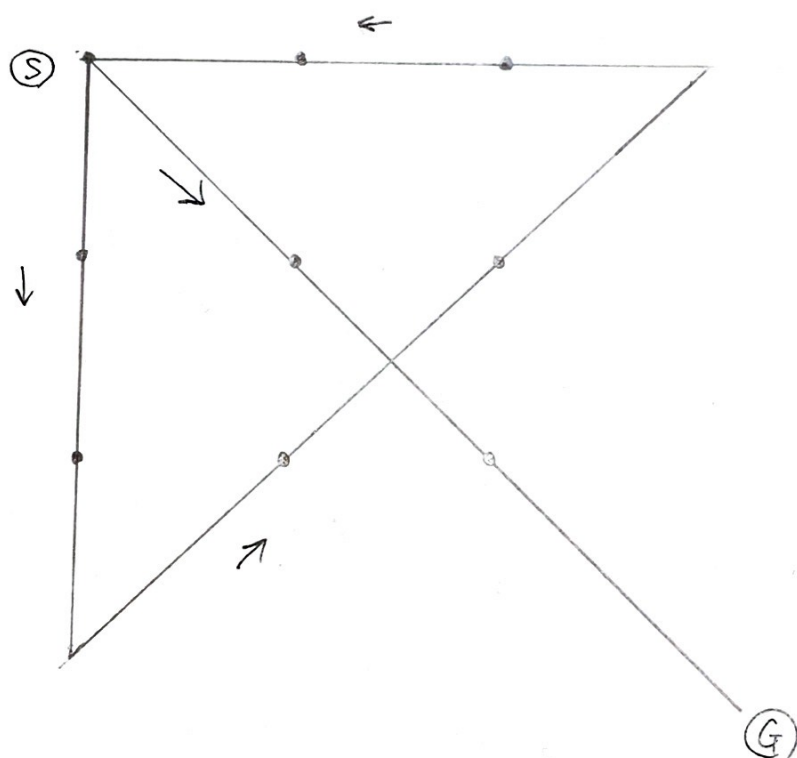


ヒント

4本の「糸」ということは、糸と糸のつなまり目
(一筆書きでいうと折れ目)が何本になるかを考えよう。

解答

(例)



解説 「あれ...。5本なら書けるのに。」

4本の「線」であれば、つなむ目(折れ目)は3ヶ所となる。
このことから考えると、ただ点をすべてなぞっていくだけでは、
つなむ目が4ヶ所になり、不可能であることが分かる。
あとは、スタート位置を4つの角のどれか一つに選ぶ。
上の条件をふまえて書くと、書くことができる。

- ① ② ボールペンと消しゴムの値段は合わせて110円。
ボールペンは消しゴムより100円高い。
では、消しゴムの値段は何円か。

ヒント

10だろうか、いやちがうだろう。(反語)

解答

5 円

(10円とまちがえな〜と!!)

解説 「+100のおとし穴。100じゃなく、+100。」

1) 連立方程式を立てて解く。

ボールペンの値段を x , 消しゴムの値段を y とおくと、

それぞれの和は

$$x + y = 110 \quad \text{--- ①}$$

それぞれの差は

$$x - y = 100 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①, ② より } 2y = 10$$

$$y = 5$$

∴ 消しゴムの値段は5円となる。

2) 算数的思考

ボールペンが 消しゴム + 100円 というときは

$$\text{ボールペン} + \text{消しゴム} = 110\text{円より}$$

$$\text{消しゴム} \times 2 + 100\text{円} = 110\text{円となる。}$$

∴ 消しゴム 2個で10円だから1個では5円。

□ ⑤ 次の数数列はある規則に従って並んでいる。
□の中をうめなさい。

①	②	③	④	⑤	⑥
0	7	26	63	□	215

ヒント

規則性の問題は、差の差の見方が重要

解答

124

解説 「差の差の差の差の... never give up.」

1) ひらめき (のびり〜んひらめいた!!)

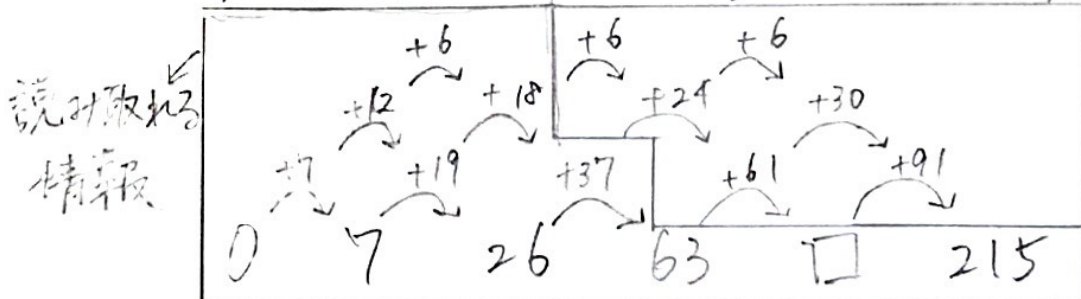
① ② ③ ④ ⑤ ⑥
 1^3-1 2^3-1 3^3-1 4^3-1 $\square$ 6^3-1

となっているため ⑤ は $5^3-1 = 124$

2) 規則を見つけ、たんと

差の差の差に着目する。

→ 推測した情報



読み取れる情報から推測した規則性、が
□の次の数にもあてはまれば、
正しいということになる。

よって □ の中の数は 124
 $1 \times 2 \times 3 = 6$

② ① 次の数列はある規則に従って並んでいる。

□の中をうめなさい。

①

/

②

2

③

/ 2

④

□

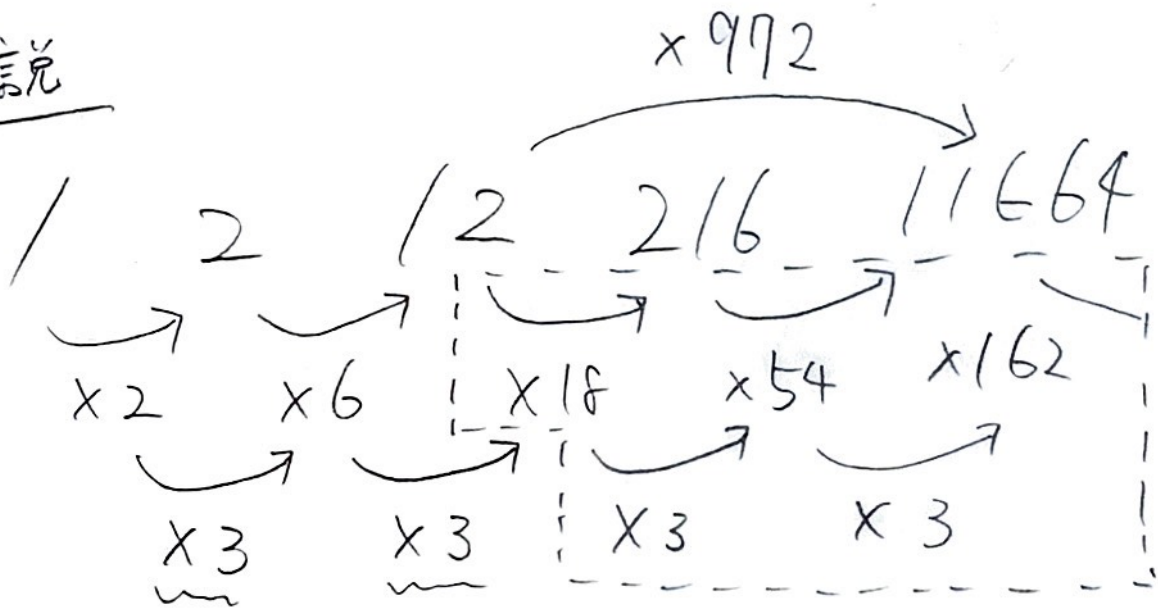
⑤

11664

解答

216

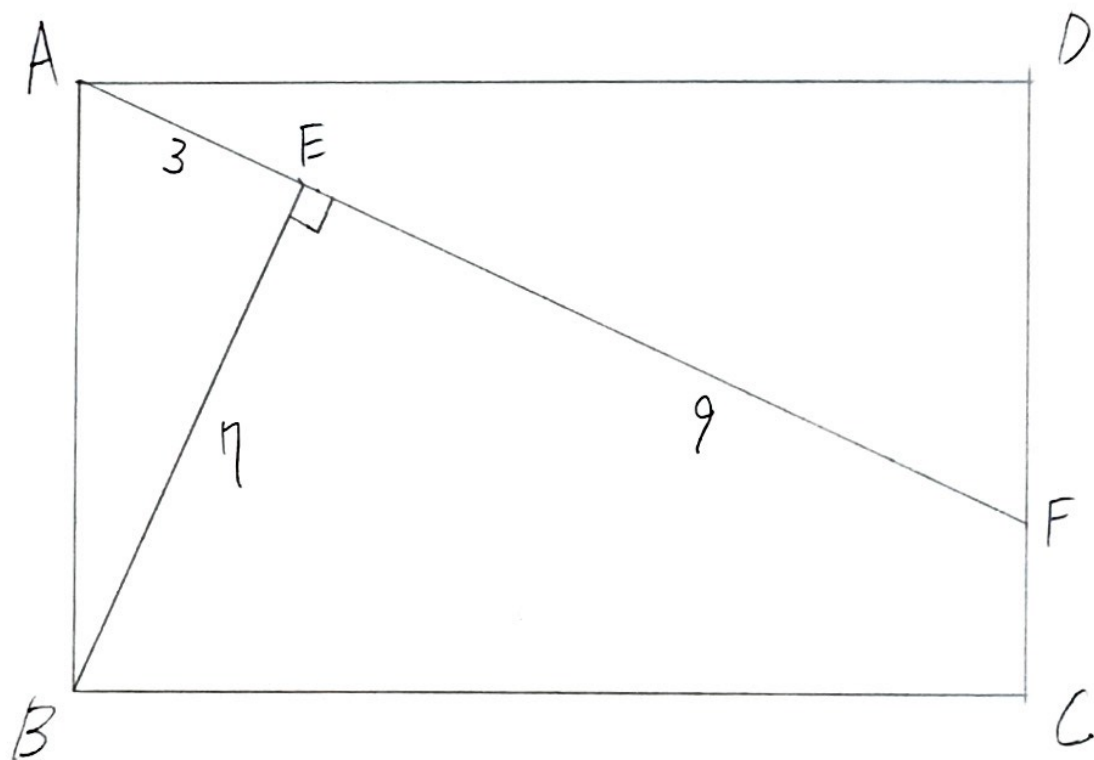
解説



変化の変化を見る。

→ 3倍ずつなので、 12×18 が 口の値。

- ② ② 次の長方形 $ABCD$ の面積を求めなさい。
ただし、 $BE \perp AF$, $AE = 3$, $EF = 9$, $BE = 7$
とする。



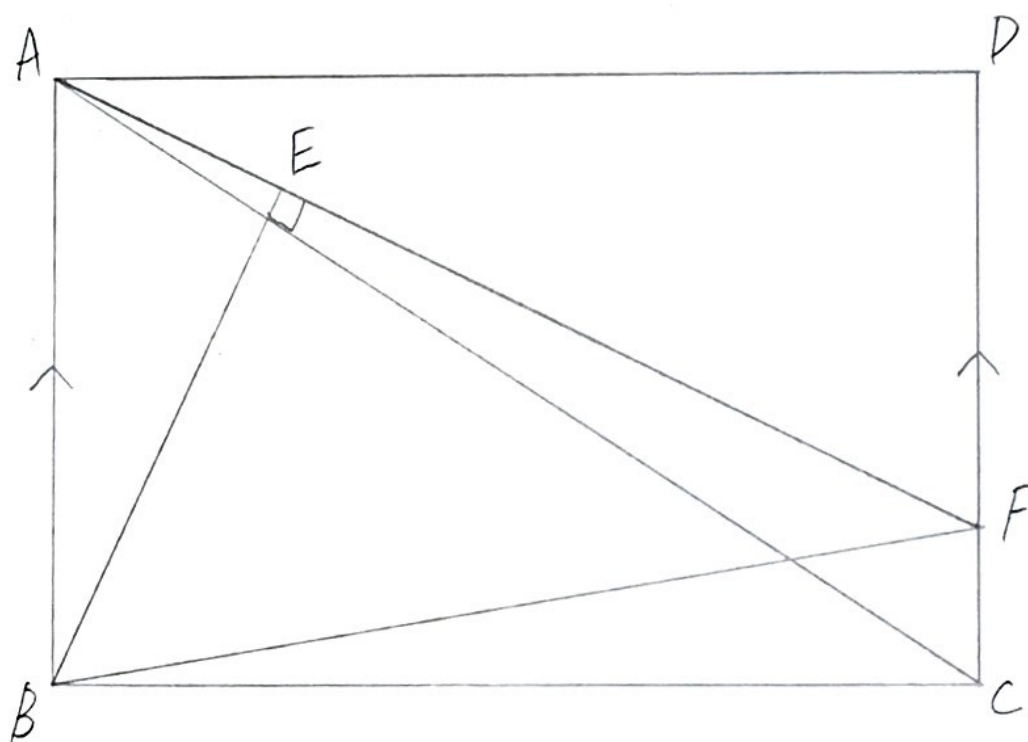
ヒント

$$\triangle ABF = \triangle \boxed{?}$$

解答

84

解説



$AB \parallel DC$ より、
 $\triangle ABF = \triangle ABC = \frac{1}{2} ABCD \dots ①$

$\triangle ABF = 7 \times (3+9) \times \frac{1}{2} \dots ②$
 $= 42$

①② より、 $ABCD = 2 \times \triangle ABF = \underline{84}$ //

②③ 過去には、様々な年の周期で地上に出てくるセミがいたといわれているが、現在はセミの^数が素数年周期だといわれている。

なぜこのような変化が起こったのか、考えて書け。

(記述)

ヒント

最小公倍数。

解答(例)

同じ年に異なる種類(周期)のセミが発生し、
交雑してしまうことをさけるため。

解説

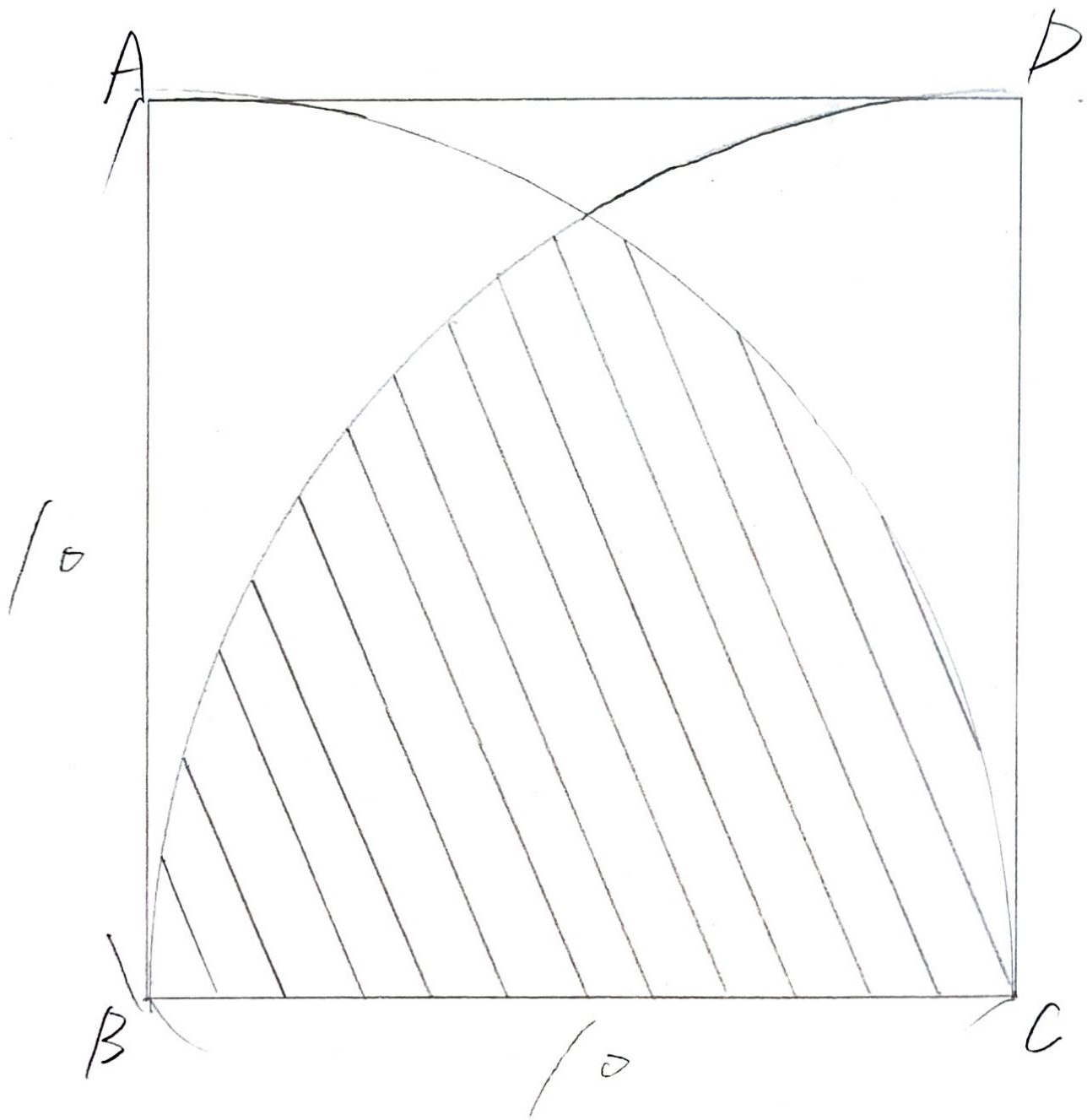
12年と8年周期という、素数年周期でないセミがいた
とすると、この2種は48年に1度同時に発生してし
まう。すると、2種が交雑してしまう。

しかし、11年と13年のような素数年周期のセミなら、
最小公倍数は2つの数の積、つまり143年ごとに同時に
発生する。

このように、素数年周期の方が、2つの種が交雑してし
まう確率が低いために素数年周期のセミが多くを占め
ているといわれている。

② ④ 次の図形の斜線部の面積を求めよ。

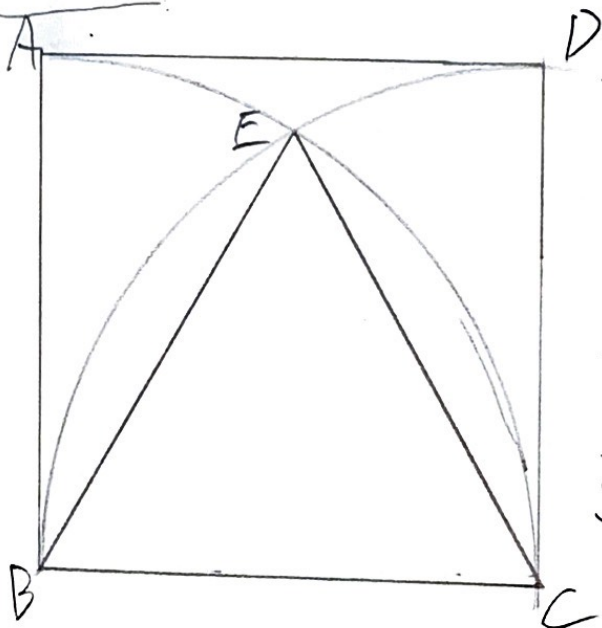
ただし、 $ABCD$ は1辺が10の正方形、そして
 ABC, BCD は中心角 90° のおうぎ形
(半径10の円の $\frac{1}{4}$) とする。



解答

$$\frac{100}{3} \pi - 25\sqrt{3}$$

解説



AC と BD の交点を E とし、
B, C とそれぞれ結ぶと
正三角形 EBC ができる。
なので斜線部の面積は、
おうぎ形 + (おうぎ形 - 正三角形)

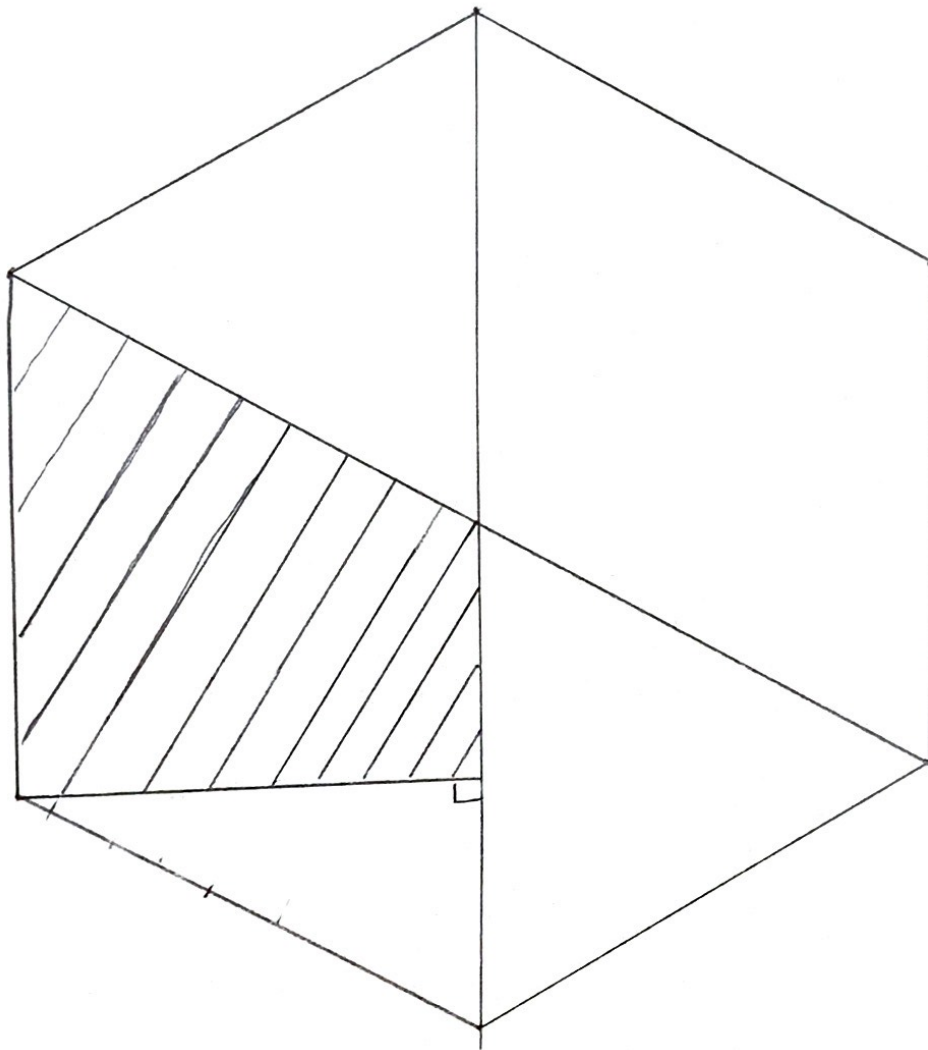


と考えることができる。△EBC は 1 辺が 10 の正三角形
なので、高さは $1:2:\sqrt{3} = 5:10:5\sqrt{3}$ より $5\sqrt{3}$ 、
よって面積は $10 \times 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 25\sqrt{3}$ 、おうぎ形
の面積は $\frac{\pi ar^2}{360} = \frac{1}{6} \times 10^2 \times \pi = \frac{50}{3} \pi$ 、

このことから、斜線部の面積は

$$\frac{50}{3} \pi + \left(\frac{50}{3} \pi - 25\sqrt{3} \right) \text{ より、} \frac{100}{3} \pi - 25\sqrt{3} \text{ となる。}$$

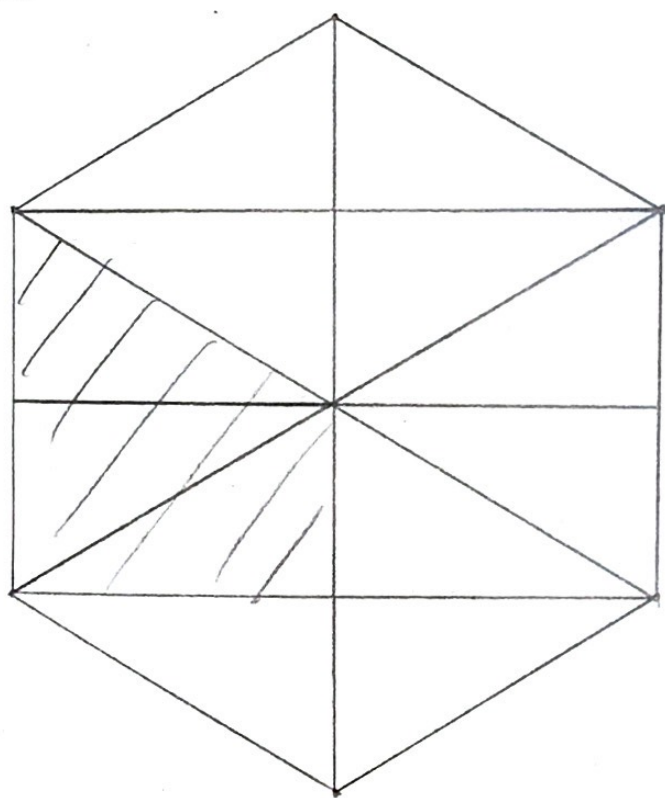
- [2] ⑤ 正六角形に図のような対角線をひいた。
この正六角形の面積は斜線部の面積の何倍か。



解答

4倍

解説



図のように線を引き、
正六角形を分割すると、
合同な直角三角形が12個
あらわれる。

正六角形はこの直角三角形
12個分の面積で、斜線部
は3個分なので

$$12 \div 3 = 4 \text{ より}$$

4倍

③ ① 次の数を計算しなさい。

$$\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \frac{1}{9 \times 13} + \frac{1}{13 \times 17} + \frac{1}{17 \times 21}$$

=

ヒント

$$\boxed{\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$$

なぜこうなるか分かるかな。

解答

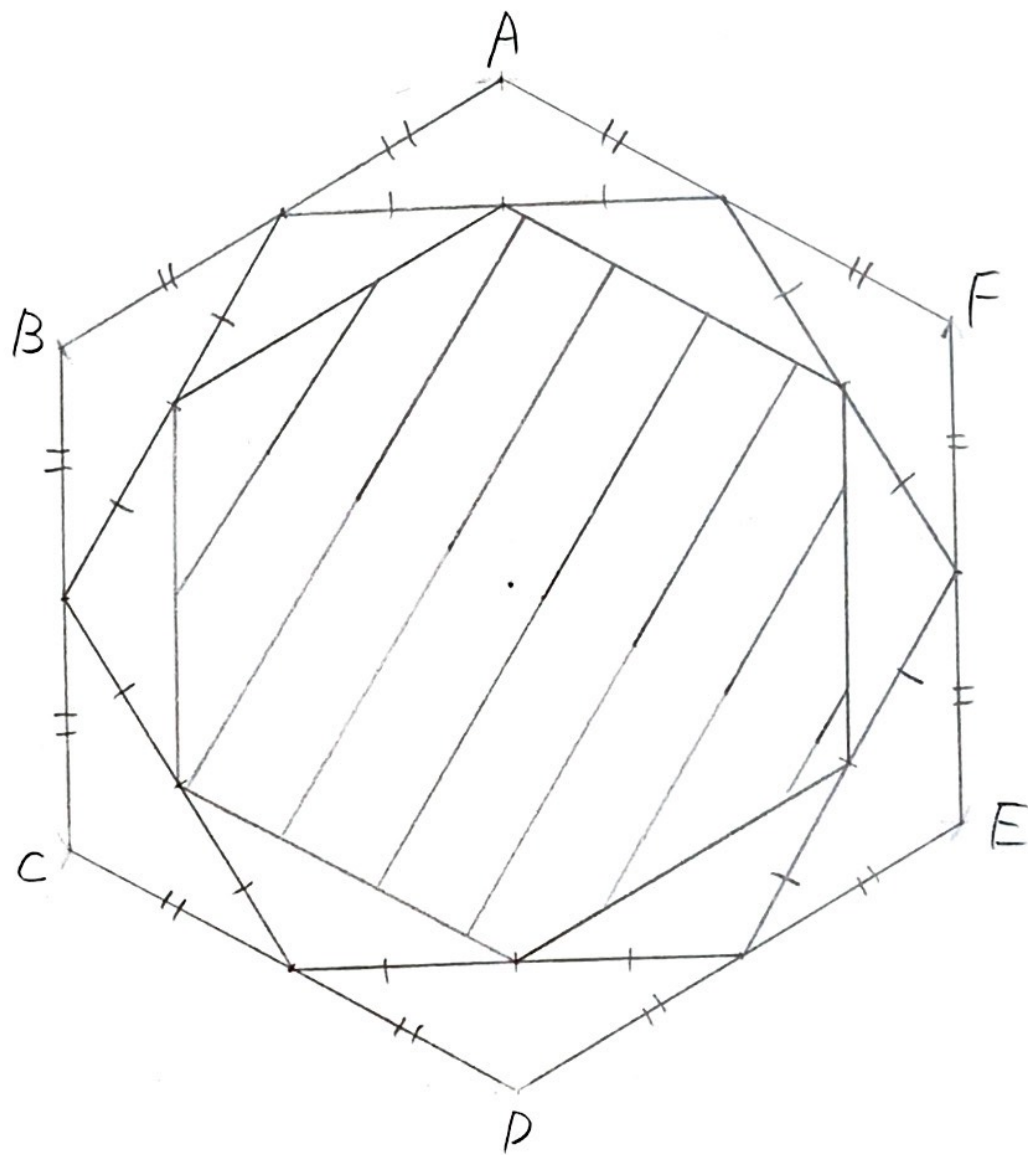
$$\frac{5}{21}$$

解説 「部分分数分解。ミソは「分」」

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \frac{1}{9 \times 13} + \frac{1}{13 \times 17} + \frac{1}{17 \times 21} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{13} \right) \\ & \quad + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{17} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{21} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{21} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{21} \right) \\ &= \frac{5}{21} \end{aligned}$$

計算の難易度は高くないが、始めの発想が出てないと、かなり辛い問題。知識として覚えておくと、次は解けるはず。難しかったですごめんねさい。

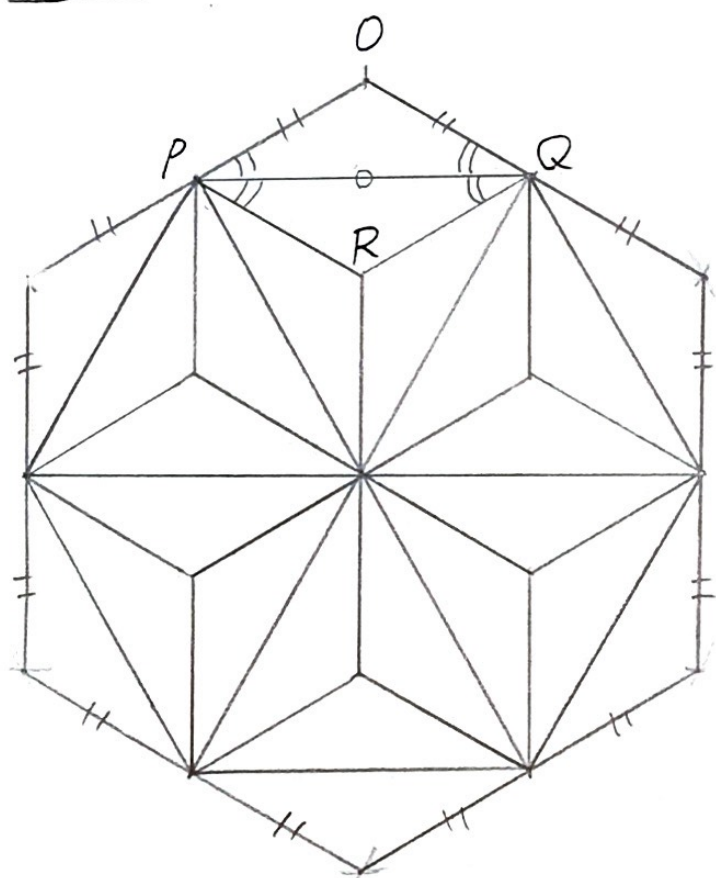
③② 図のような、正六角形 $ABCDEF$ がある。
 斜線部の正六角形は $ABCDEF$ の何倍が求めよ。



解答

$$\frac{9}{16}$$

解説



外側の正六角形と
内側の正六角形に、図の
ように補助線を引いて
考えてみると、PQが共通で
両端の角もそれぞれ等しいか
ら $\triangle OPQ$ と $\triangle RQP$ は合同、
外側の正六角形はこの三角
形 24 個分、内側は 18 個
分なので面積の比は
 $\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$ 。
 $24:18 = 4:3$ 。

ここで、問題中の図の斜線部を X、正六角形 ABCD
EF を Z、X と Z の間にある正六角形を Y とすると、面積
の比は左図のようになる。

X	Y	Z
④	③	
	④	③
16	12	9

X : Z は 16 : 9 と分かるので、

答えは $\frac{9}{16}$ 。

20??

③ 次の計算の3~エのどこかにまちがいがある。
それはどこか。3~エから1つ選び、理由も述べよ。(改)

$$1-3=4-6$$

↓ ㉓

$$1-3+\frac{9}{4}=4-6+\frac{9}{4}$$

↓ ㉔

$$1-\frac{6}{2}+(\frac{3}{2})^2=2-\frac{12}{2}+(\frac{3}{2})^2$$

↓ ㉕

$$(1-\frac{3}{2})^2=(2-\frac{3}{2})^2$$

↓ ㉖

$$-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

ヒント

不可能を消去して、最後に残ったものが
如何に奇妙なことであっても、
それが真実となる。

解答

Ⅰ
理由)

$$\textcircled{1} \left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(2 - \frac{3}{2}\right)^2$$

の両辺のから、この中の数字が「1」と「1」で
違うから。

$$\textcircled{2} \sqrt{\left(1 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2} \text{ より}$$

$$1 - \frac{3}{2} = 2 - \frac{3}{2} \text{ となり、}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ と計算したとすると、}$$

両辺の平方根を求める時、両辺の数字に
「±」(プラスマイナス)をつける必要があるから。

解説

図の部分が若干強引であったため、分かりにくい
問題になってしまったが、

結論、平方根はプラスマイナスが重要である。
ということ。

エスカレーターの問題

問

あかりさんは、動いている上りエスカレーターに乗りながら、ゆくり歩いて上りました。

あかりさんは、上の階に到着するまで60段を歩きました。次に、あかりさんは同じエスカレーターを全力で逆走して下の階に戻ります。(真似しないで) 下の階に到着するまで90段を歩きました。
あかりさんの
逆走する速さが上る時に歩く速さの3倍だ、
たとき、エスカレーターは下の階から上の階まで何段？

<Xモ>

A.

<解答・解説>

エスカレーター の 段数を x 、

エスカレーター の 速さを v とする。

少女の 上りの 速さは 1秒で 1段 上るもの と考える。
<上り>

60段 = エスカレーター の 段数 - エスカレーター
で"運は"れた 段数

式にすると、

$$x - \underbrace{(60 \times v)}_{\substack{\text{少女は} 60 \text{秒で} \\ \text{上る。}}} = 60 \quad \dots \textcircled{1}$$

<下り>

90段 = エスカレーター の 段数 + エスカレーター
で"運は"れた 段数

式にすると

$$x + (30 \times v) = 90 \quad \dots \textcircled{2}$$

この 2つ を 連立させてみると、

$$\begin{cases} x - 60v = 60 \quad \dots \textcircled{1} \\ x + 30v = 90 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

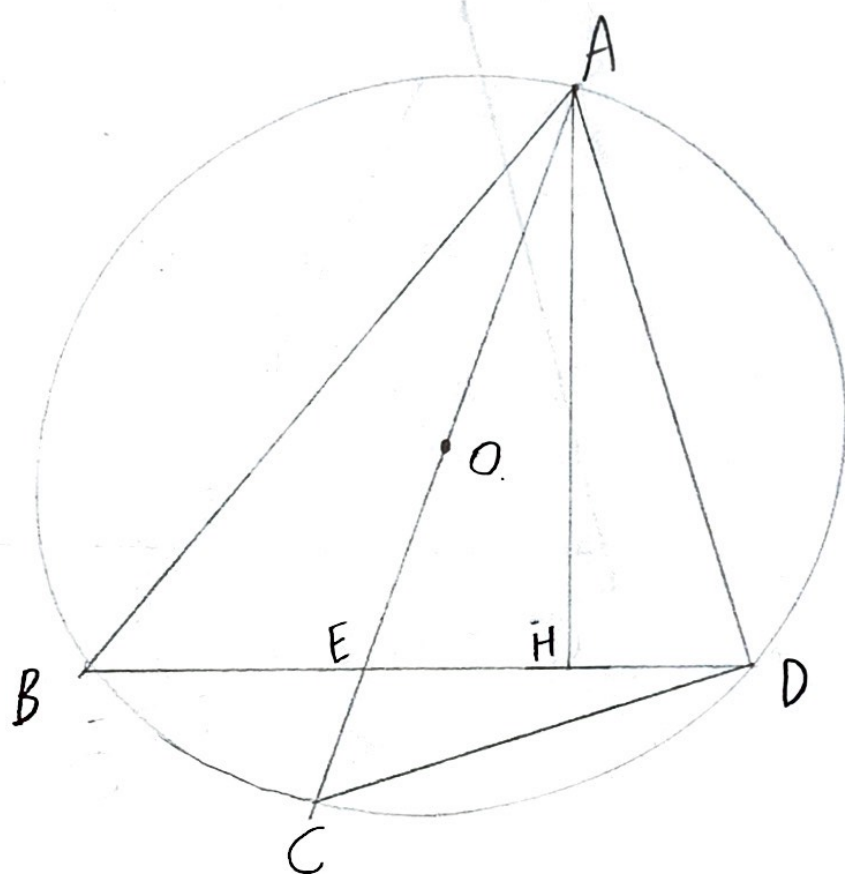
$$2x + 60v = 180 \quad \dots \textcircled{2}'$$

②' + ① をすると

$$x = 80$$

(24)

A. 80 段



上の図で、4点 A, B, C, D は円 O の周上にあり、 AC は円 O の直径で、 AH は $\triangle ABD$ の頂点 A から辺 BD にひいた垂線である。また、直径 AC と BD との交点を E とする。

$AC = 10 \text{ cm}$, $CD = 6 \text{ cm}$, $\angle EAH = \angle DAH$ のとき、

BE の長さを求めなさい。

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$\triangle ABH$ と $\triangle ACD$ で、弧 AD に対する円周角は
等しいので $\angle ABH = \angle ACD$

半円の弧に対する円周角は 90° になるので

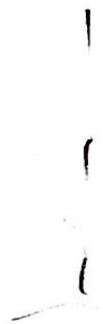
$$\angle ADC = 90^\circ$$

$$\text{よって } \angle AHB = \angle ADC$$

2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABH \sim \triangle ACD$ 。

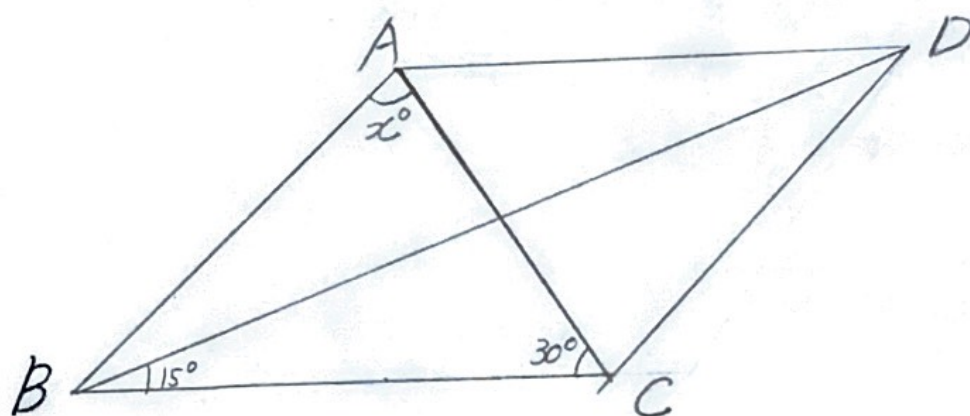
$\angle APC$ は直角。

$\triangle ACD$ は直角三角形なので三平方の定理より $AD=8$

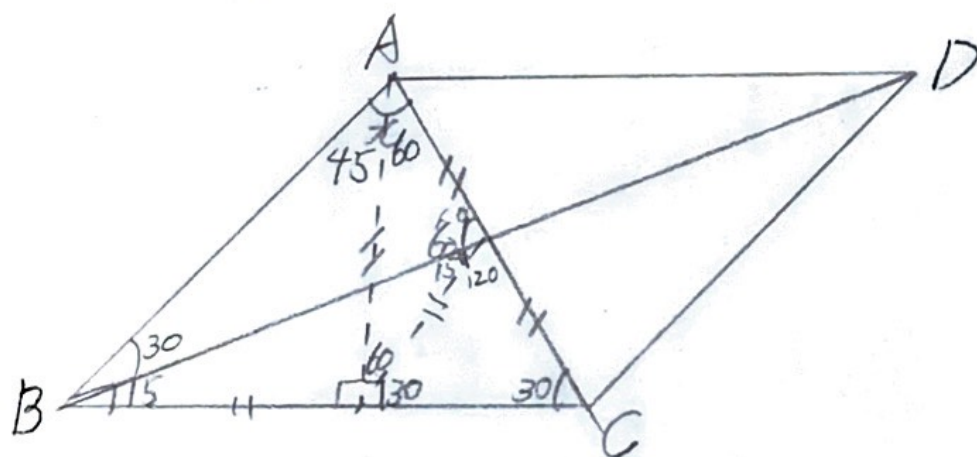


答え $\sqrt{10}$

四角形ABCDは平行四辺形
 x を求める



答え 105°



数字人間誌



オグー