

部分的モノイドにラベルをもつ区間の配置空間について (島川和久氏との共同研究)

奥山真吾 (香川高等専門学校)

弧状連結な基点つき位相空間 X に対し X にラベルをもつ \mathbb{R}^n 内の有限個の点のなす配置空間は $\Omega^n S^n X$ を弱ホモトピーで近似することが, J.P.May, G.Segal により示されている. D.McDuff は正または負の符号をもつ点の配置空間において, 異なる符号をもつ2つの点が衝突するとそれらの点が消滅するような位相を導入してそのホモトピー型を論じた.

これらのことを背景に島川は [2] において, 一般の部分的モノイド M に対し, M にラベルをもつ \mathbb{R}^n 内の有限個の点のなす配置空間において, 二つの点は, それらのもつラベルの和が M において定義されている場合に限り衝突することが許されて, 衝突の後には, M における和を反映したラベルをもつ一つの点に変形するような位相を導入し, この配置空間のホモトピー群において $n \rightarrow \infty$ とした極限が, 一般ホモロジー論を与えることを示した.

一方, 発表者は [1] において, \mathbb{R}^n 内の有限個の有界区間の配置空間を構成した. そこでは閉区間と开区間が出会うとそれらの端点で貼り合わせられて一つの半开区間となり, さらにその半开区間の長さが0になると消滅するような変形が許されている. その結果, May および Segal による弱ホモトピー近似の, X が弧状連結とは限らない場合への改良版を得た.

このたび, [2] と [1] における構成の共通の一般化として, 部分的モノイドにラベルをもつ区間の配置空間を構成し, その弱ホモトピー型が上に述べた結果の自然な一般化を与えることが分かった. つまり,

定理. 部分的可換モノイド M に対し, I_M を \mathbb{R}^1 内の M にラベルをもつ有限個の有界区間のなす配置空間とする. M が良い部分的可換モノイドのとき, 弱ホモトピー同値

$$I_M \simeq_w \Omega BM$$

が成り立つ.

ここに, BM は部分的モノイド M の分類空間を表す. 本講演では, 配置空間の構成方法と, 上の定理の証明の概略について説明する. また, M の満たすべき条件についても講演において述べる予定である.

参考文献

- [1] S. Okuyama, The space of intervals in a Euclidean space, Algebraic and Geometric Topology 5 (2005) 1555-1572,
- [2] K. Shimakawa, Configuration spaces with partially summable labels and homology theories, Math. J. Okayama Univ. 43 (2001) 43-72