

協働探究によって見方・考え方を獲得し、自律的な学びへつなぐ

—身近な美しい模様から、図形への見方・考え方を広げる（第5学年）—



身の回りには、図形が規則的に並ぶ美しい模様がたくさん存在する。人が美しいと感じる理由は何なのか。子どもたちは数学的活動を通して様々な視点で図形を捉え、図形の性質を協働で探究し、その理由を表現していく。図形の美しさを実感しながら、図形の内容をつかんでいく実践。

1. 学びの構想

（１）身近なところに存在する美しい模様から学びをつなげていく

本単元では、大きく2つの内容を取り扱う。

「合同な図形」についてと、「多角形の内角の和」についてである。どちらも、主となる図形が三角形であることから、関連付けて学べるように構成し、平面図形への理解を深めていく。

身近なところにある美しい模様を探ることからスタートし、その美しさの秘密を探るということを軸に授業を進めていく。美しい模様の秘密を探るため、その共通点を見つけ、図形を実際に描いたり、並べたり、敷き詰めたりする数学的活動を行いながら、図形に対する様々な見方・考え方を培っていく。三角形、四角形、五角形…と段々複雑になっていく図形を、初めは実際に図形を描いたり並べたりすることで、その規則性や概念を実感し、それ以上の多角形については、それまでの学びを生かして、規則性から式に表したり想像したりして考えていくようにする。そうして具体的な図形から抽象的な考え方へ無理なく学びが繋がっていくようにした。

（２）数学的活動を通して学んだことを表現する

身の回りの美しい模様には、合同な図形が規則的に敷き詰められているものが多い。つまり、美しい模様を作るためには、合同な図形をたくさん描き、きれいに敷き詰めていけばよいと考えられる。では、合同であれば、どんな形でも敷き詰められるのだろうか？合同な図形を描くにはどうしたらいいのだろうか？子供たちは、秘密を探るために、実際に図形を並べて模様を作っていくことになる。美しい模様を作るためには、たくさんの合同な図形が必要となり、実際に図形を作っていく中で、できるだけ「速く、簡単に、正確に」描く方法を自ら、探し求めていく。そして、グループで協力して、いろいろと試行錯誤していく中で、図形の構成や仕組みに気付いていくと考えた。

自分たちで発見したことは、誰もが分かるように言葉や図で説明させ、クラス全体で共有していく。そして、それぞれの考え方の違いや共通点を探る中で、更なる図形への理解を深め、その後の学習にもつなげていくことができるように学びをデザインした。

2. 学びのストーリー

(1) 図形が並んだ美しい模様を見つける

(第1～3時)

教師：学校の中にある、美しい模様を見つけに行きましょう。

タブレット端末を持ち、身近にあるものの中で、図形が並んでいて美しいと感じるものの写真を撮りに出かけた。



図1 子供たちが撮った写真の一部

子供たちは学校の中から様々な模様を見付け出し、たくさんの写真を撮ってきた(図1)。「横に並んでいる同じ形の四角形は、美しい」「(図形の合わせ方が)×や+で並んでいるものが多く、それらは美しい」と、並んでいる図形や並び方に注目している子供もいた。同じように図形が並んだ模様を見ていても、それを美しいと感じるかは人それぞれであり、同じ場所に出かけたのだが、美しい模様は多かったと答える児童と少なかったと答える児童がいた。そこで、次の時間は、それらの振り返りを基に、より多くの子供たちが「美しい模様」だと感じて写真を撮ったものの共通点を探ることから授業を始めた(図2)。



図2 タブレット端末の写真を見ながら共通点を探る

話し合っていくうちに、同じ形が規則的に並んでいると美しい模様になると子供たちの意見

がまとまってきた(図3)。子供たちによって挙げられた視点で、もう一度身の回りのものの写真を見直し、特に美しいと考える模様を選び、その理由を交流した。

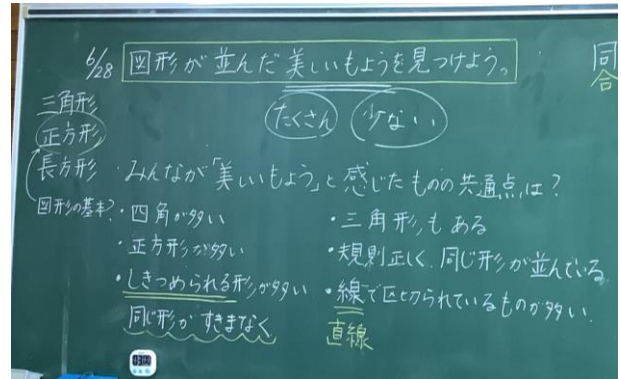


図3 子供たちから挙げた共通点を書き出した板書

雅俊：ほくは窓の模様が綺麗に敷き詰められていていいと思う。

薫子：どうして敷き詰めた模様がいいの？

悟之：同じ形だから隙間無くぴったりと敷き詰められる。だから美しい。

舞子：私も窓の模様がいい。

①



②



図4 子供たちが撮った写真の中で特に美しいとされたもの

同じ形が規則的に並んでいると、綺麗に敷き詰められて美しいということに皆が納得し授業が終わった。子供たちの意見の中には、図4-①の写真の窓の模様は、正方形が斜めになっているからより美しい、図4-②の麻の葉模様は、同じ形の三角形がいろんな向きで規則正しく並んでいるから美しいと図形の向きに注目するものもあり、そのような視点もとても面白かった。同じ形の図形という言葉が子供たちから出てきたため、第3時では「合同な図形」の概念を確認していった。

（２）合同な三角形で美しい模様を作る

（第４～６時）

「同じ形（合同な図形）が規則的に並んでいると美しい模様になる」と、意見がまとまったことから、自分たちでも作ってみようということになった。まずは、合同な三角形を作ってみよう、美しい模様を作ってみようことにした。

【活動の流れ】

- ① 各自三角形を一つ描く。
- ② グループで持ち寄り、模様にする三角形を一つ選ぶ。
- ③ 選んだ三角形と合同な三角形をたくさん作る。（模様を分かり易くするため、２色の画用紙を与える）
- ④ 敷き詰めて美しい模様を作る。

ここでは、美しい模様を作るということから、たくさんの正確に作られた合同な三角形が必要になり、必然的に「速く、簡単に、正確に」合同な三角形を描く方法をグループで見付け出していくことをねらっていた。子供たちは、グループで役割分担をしながら、メンバー全員がしっかり協力し、意欲的に活動を行っていた（図５）。



図５ それぞれ様々な方法で合同な図形を描くグループ

ピッタリ重なる合同な図形を作るため、はじめは、一つ一つの辺や角を意識し、同じ長さ、同じ角度にしようと各々が分度器やコンパス、定規を用いて一個ずつ丁寧に描いていたが、そ

のうち、「速く、簡単に、正確に」だけでなく、「効率よくたくさん」作る方法を追究していつてしまった。

いつもは、なかなか授業に積極的に参加しない渚は、「合同な三角形は、全部高さが同じだから…」と言いながら、等間隔に平行な直線を引いて描くと楽だとグループのメンバーに指示をする（図６）。



図６ 8班は渚の提案で長い直線を引いて合同な三角形を作る

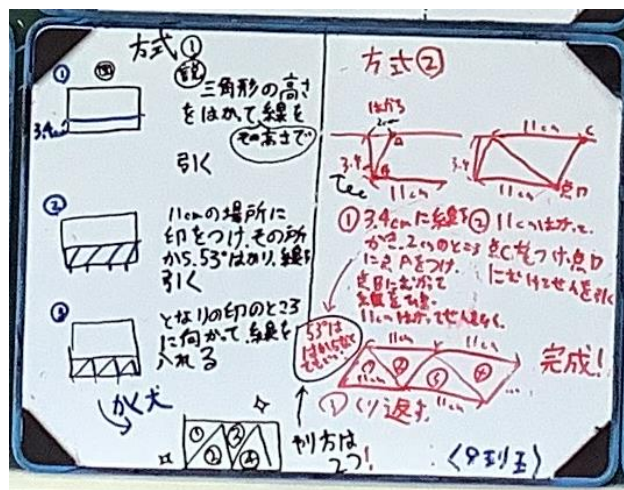


図７ 渚が描いた合同な三角形を描く方法の説明

渚は、三角形作りにはほとんど参加せず、どうしたら簡単にたくさん作れるかを追究し、8班のメンバーに説明しながらホワイトボードにその方法を一生懸命書いていた。

この活動の後、どのように合同な三角形を作ったかをそれぞれのグループが発表すると、そのほとんどが、一度にたくさんの三角形を効率

よくつくる「大量生産」を意識した方法だった。8班と同じように等間隔の平行な直線を何本も引いて間に三角形を作っていくものや、他には、合同な正方形や長方形、平行四辺形などを対角線で半分や4分の1に分けて効率よく三角形を作る方法もあった。そこで、もう一度、一つ一つの描き方に戻って「速く、簡単に、正確に」合同な三角形を描く方法をみんなで確認することにした。子供たちから、「3辺の長さが等しいことを生かして、主にコンパスを使って描く方法」「2辺とその間の角を使ってコンパスと分度器で描く方法」「1辺とその両端の角を使って主に分度器を使って描く方法」全てが説明された。みんなでそれぞれの方法に名前をつけ、確実に頭に残るようにした。

ここでは、平行線を使った合同な三角形の描き方にあまり深入りせず、簡単に扱ってしまったが、そこから三角形の角の大きさに話を広げ、平行線の間にピッタリ収まる理由などにつなげて、学習を行う流れもあったと思う。

結局、どの班も、綺麗な模様を作ることができて、(図8)「どんな三角形でも合同な三角形は敷き詰めることができ、美しい模様になる」と結論づけることができた。



図8 合同な三角形で作られた模様

(3) 合同な四角形で美しい模様をつくる

(第7・8時)

合同な三角形を敷き詰めて模様を作った時に、「四角形でも模様を作りたい!」という声があがった。これまでの学習や体験から、正方形、長方形、平行四辺形、台形、ひし形など特別な四角形は、敷き詰められるということが分かっている。それ以外の四角形はどうか。子供たちは、そのような四角形を特徴が無いこ

とから「地味な四角形」と名付け、「地味な四角形」でも敷き詰めて美しい模様ができるのかを調べることにした。流れは、三角形のときと同じである。

【活動の流れ】

- ① 各自、「地味な四角形」を一つ描く。
- ② グループで「地味な四角形」を持ち寄り、模様にする四角形を一つ選ぶ。
- ③ 選んだ四角形と合同な四角形をたくさん作る。(模様を分かり易くするため、2色の画用紙を与える)
- ④ ピッタリ並べて敷き詰め、模様を作る。

今回も三角形の時と同様に合同な四角形の描き方を見付けることもねらっていた。

玲奈：長さを全部測らないと…三角形よりも情報が多くなったから大変だ。

正二：コンパスだけでかけるよ。

秀明：分度器も必要だよ。

正二：三角形の描き方が使えるよ。

正二：ここに対角線を引くと…。

牧子：本当だ。コンパスだけでかける。

秀明：正確するには僕は分度器でやりたいな。

子供たちは、グループで話し合いながら試行錯誤し、合同な四角形を描いていった。四角形を2つの三角形に分けて考えれば、合同な三角形の描き方を生かして描くことができることに気が付いていく。そして、いくつも描くうちに、より効率的に描く方法に辿り着いていく。振り返りに「三角形に分けて考えれば、どんな多角形でも合同な図形を描くことができる」という考えを書く子供もいた。

しかし、できた四角形を並べてみると、綺麗に敷き詰めることができないグループが続出し

た。そして、「地味な四角形」は敷き詰めることができないと結論付けることとなった。

(3) 多角形の角の大きさの和を考える

(第9～11時)

本当は敷き詰められるはずの「地味な四角形」が敷き詰められないと結論づけられてしまったため、一度三角形に戻って、三角形が敷き詰められた理由を考えることにした。三角形の角の大きさの和は180度と既に知っている児童が多かったため、本当にそうなのか、合同な三角形の異なる3つの角を合わせて並べてみたり、三角形のそれぞれの角を切り離して並べたりするなどの活動を通して、一直線になることから実感していった。どんな三角形でも並べていくと平行線の線の間にすっぽり収まるラインのようになることが分かり、第4～6時の合同な三角形を作る時の作図で、たくさんのグループがしていた平行な直線を描いて合同な三角形を作っていく方法は、角の大きさの和が180度だということを生かしているのだと改めて確認することができた。

教師：どうして、あの時平行線を描いて合同な三角形をたくさん作ったの？

桜子：やったことがある。去年敷き詰めにやったから。

竜心：三角形を敷き詰めたことがある。その時、綺麗に一直線に並んだのを覚えている。



図9 三角形の角の大きさの和は180度と示す図

ほとんどの子供たちはこれまでの経験から自然と、合同な三角形が横に綺麗に並んでいくことを思い出し、直感的に平行線を引いて描く方法を思いついたのだと考えられる。そこに、三角形の角の大きさの和が180度という知識が付きながら、改めて、合同な三角形を並べてラインができていく様子を何種類かの三角形を用いて黒板で見せると「おっ。」と歓声が上がった。

それでは、四角形の角の大きさにも何か秘密があるのではないか。次は、四角形の角の大きさについて考えることになった。

国雄：四角形の角の大きさは360度だよ。

教師：どうして？

国雄：四角形は対角線を引くと2つの三角形に分けられるから。 180×2 で求められる。

丈治：四角形は対角線を2本引くと4つの三角形にも分けられるけど？

渚：4つの三角形に分けると真ん中に角が4つ集まって余分な360度ができるから $180 \times 4 - 360$ で同じく360度になるから4つに分けても計算で求めることができるよ。

子供たちは図と式をしっかりと繋げて式に表し説明することができていた。この後、実際に四角形の角度を測って足してみたり、四角形の角を4つに切り離して合わせるとピッタリ一周分になることから、四角形の角の大きさは360度だということを確認していった。

そこで、話は敷き詰めに戻る。四角形のそれぞれの角を合わせるとピッタリ一周になるということは、そこからうまく敷き詰めることはできないのだろうか。合同な四角形を4つ用意し、黒板でそれぞれの角を合わせて見せる。「このような合わせ方ではうまくいきそうにないが、角だけでなく辺と辺もピッタリになるようにうまく向きを考えて並べると…」「それなら敷き詰めがうまくいくかも」「もう一度やってみた

い！」という声があがった。そこでもう一度、前回作った四角形の残りを生かして「地味な四角形」の敷き詰めを行うことにした。

「角の違いが分かるように印を付けてもいいですか？」という声があちこちから聞こえ、子供たちは4つの角の大きさを合わせると360度ということを意識しながら4つの角がピッタリ合わさるように敷き詰めを行っていた。前回はいまいきかなかった「地味な四角形」の敷き詰めであるが、新たな見方で取り組むことによって、今回はほとんどのグループが隙間なく綺麗に敷き詰めることができた(図10)。



図10「角の大きさの和は360度」を生かして敷き詰めができた

その後、「五角形は敷き詰められるのか？」
「六角形は？」という声があがったので、まずは、五角形以上の角の大きさの和について考えた。四角形のときの考え方を生かしてどのグループもしっかりと角の大きさの和を求め、説明することができていた。

これまでグループでの探究活動を多く取り入れてきて、各自もう一度自分でやってみたいことや、五角形以上の敷き詰めについてなど自分で探究してみたいことがあるということが分かったので、一時間、自由探究の時間を取り、各自追究してみたいことについてじっくり考えさせることにした。

優希は自分の研究で、色々試してみた結果、はじめは、五角形は敷き詰められないと結論づけていた。しかし、友だちの研究を見て、直角を2つもった左右対称の特別な五角形は敷き詰められることに気づき驚く。そして、図11の2枚目の研究結果を付け加えていた。

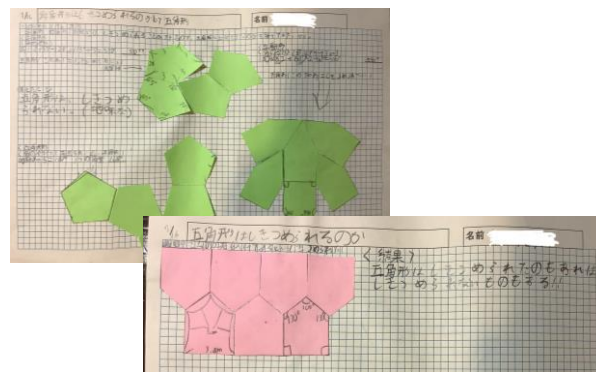


図11 優希の自由研究「五角形は敷き詰められるのか」

この自由研究は、近くの子供たち同士では書きながら、見合ったり相談したりしていたが、全員では共有できなかった。五角形も六角形も敷き詰めのできるものは、隣り合う図形の角度が3つ合わさって360度でピッタリ一周になることが説明できる。この自由研究を生かして、更に学びを深めることができると良かった。

(4) 学びのストーリーを省察する(第12時)

本單元では、身の回りに実際に存在する合同な図形からできた模様から、子供たちの疑問を繋いで授業を行なってきた。探究メモを元に、子供たちのつぶやきを拾いながら授業を行い、「美しい模様」をキーワードに学びのストーリーを作ってきたつもりであるが、子供たちの中では学びがどのようにつながっていたのであろうか。自由探究の時間には、それぞれが思い思いの活動を行なっていた。そこにつながるそれぞれの学びを子供たち自身が再確認するため、それぞれの学びのストーリーを省察シートを用いて振り返った(図12)。

子供たちは、初めてこの省察シートを書いたのだが、それにしては、上手に自分の学びの筋を書き表すことができていたと思う。渚は、「美しい図形の秘密を探ろう」というテーマに従って、自分が考える美しさについて省察していた。結論として、合同な三角形を敷き詰めると美しいが、四角形はあまり美しくない。四角形の中でも、平行四辺形や台形は敷き詰めると美しいが、正方形や長方形は美しくない、としていた。

その理由を尋ねてみると、単純すぎて面白くないからだと言う。図形の美しさをテーマにしていたが、結局教師が教えたい内容にこだわって、その部分にあまり迫れていなかったと考えさせられた。もっと、図形の美しさについて子供たちとともに語り合うことができたら良かったと思った。



図 12 詩織の省察シート

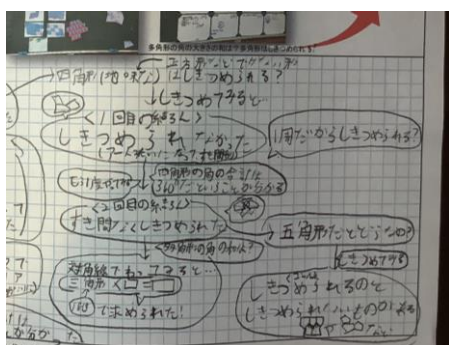


図 13 優希の省察シートの一部

3. 省察

(1) 身近なことからつないだ

子供によりそった学び

今回は、身近なところにある美しい模様探しから始め、子供たちの疑問やつぶやきから学びをつないでいった。探究メモで子供のつぶやきを拾い、そこから学びをつなげていく子供によりそった学びは、子供が無理なく知識を習得することができ、授業をする側としてもとても気持ちの良いものであった。子供たち自身が、実際にやってみて検証することで、疑問を解決し、新しい知識や考え方を身につけていく。学びがうまくつながり、子供たちも、毎時間わくわくしながら学習に取り組ん

でいることが授業中の姿や探究メモからうかがえた。

はじめはうまくいかなかった四角形の敷き詰めが、図形の角の大きさについて学び、見方を変えて取り組んでみると、今度はうまくいき、省察シートにもそのときの感動を大きく取り上げて書いている子供がたくさんいた(図 13)。

多角形の角の大きさについて学ぶことにも、大きな意味やつながりが生まれ、より実感のともなった学びになったと思う。最後にもう一度、身近なところに返し、図形についての見方・考え方が広がった上で、美しい模様についてもう一度語り合う時間があれば良かったと思う。そこでは、初めとは違った考えが出てきて、より学びが深まったかもしれない。

授業ではやり足りなかったことや、解決できなかったことを、家庭学習として探究ノートに進んでかいてくる子供たちも出てきた。今回の授業での探究的な活動が、自律的に学んでいく子供たちを育てることにもつながったのではないかなと思う。

(2) 具体から抽象へ

本校算数・数学科は、「具体と抽象を往還しながら因果関係を明らかにし、見方・考え方を広げていく」を本質的な学びとして実践を行っている。本実践では、実際に子供たちが、三角形や四角形で模様を作る数学的活動を行う中で、図形の新たな見方や角の大きさなどの知識を学んでいった。そして、実際にやってみることで学んだ考え方をを使って、五角形、六角形…についてはどうなるのか、まずは自分たちで考え、予想し、また具体物に戻るといった活動を繰り返しながら、学びを深めていった。三角形、四角形と同じ展開で学習を行うことが、その先の学びにつながり、具体物がなくても考えることができるようになっていった。今後も、具体と抽象を往還しながら、子供たちの深い学びを育む授業をつくっていきたい。

(堀 歩美)

